

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΕΡΓΑΣΙΑ 10
ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΑΝΟΜΟΙΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

1. Στις κορυφές A, B και Δ ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με πλευρές AB=4m, ΒΓ=3m, βρίσκονται αντίστοιχα τα σημειακά φορτία $Q_1 = +10\mu\text{C}$, $Q_2 = -6\mu\text{C}$ και $Q_3 = +12\mu\text{C}$. Να βρείτε :

- α) Το δυναμικό του πεδίου που δημιουργείται από τα τρία φορτία στο σημείο Γ.
β) Το έργο της δύναμης του πεδίου όταν ένα ηλεκτρόνιο μετακινηθεί από το άπειρο στη θέση Γ.

Δίνονται $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ και $K = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

($27 \cdot 10^3 \text{V}$, $4,32 \cdot 10^{-15} \text{J}$)

2. Ένα πρωτόνιο είναι ακλόνητο (συνεχώς ακίνητο), στη θέση A. Από πολύ μακριά (άπειρη απόσταση), εκτοξεύουμε προς αυτό ένα ηλεκτρόνιο με ταχύτητα u_0 . Σε ποια απόσταση από το πρωτόνιο, το ηλεκτρόνιο αποκτά ταχύτητα $2u_0$; Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου m_e , το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο (απόλυτη τιμή) e και η σταθερά του νόμου του Coulomb K. Το πεδίο βαρύτητας παραλείπεται.

($\frac{2Ke^2}{3mv_0^2}$)

3. Σε δύο σημεία A και B που απέχουν απόσταση d, βρίσκονται αντίστοιχα τα σημειακά φορτία +Q και -Q με $Q > 0$. Σημειακό φορτίο μάζας m και φορτίου +q ($q > 0$), αφήνεται από το σημείο K του τμήματος AB, το οποίο απέχει από το A απόσταση d/4. Τι κίνηση κάνει το σωματίδιο; Τι ταχύτητα θα έχει όταν φτάσει στο σημείο Λ του τμήματος AB, το οποίο απέχει d/4 από το B; Δίνονται τα K, Q, q, m, d. Τα φορτία +Q και -Q είναι συνεχώς ακίνητα. Το πεδίο βαρύτητας παραλείπεται.

($\sqrt{\frac{32KQq}{3dm}}$)

4. Δύο ίδια σωματίδια μάζας m και φορτίου q το καθένα, συγκρατούνται ακίνητα σε απόσταση d μεταξύ τους. Αν τα δύο σωματίδια αφεθούν ελεύθερα, να βρείτε την ταχύτητα του καθενός όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει 2d. Δίνονται τα K, m, q, d. Το πεδίο βαρύτητας παραλείπεται.

($u_1 = u_2 = q \sqrt{\frac{k}{2md}}$)

5. Δύο σημεία A και B ενός ηλεκτρικού πεδίου έχουν δυναμικά $V_A = 2000\text{V}$ και $V_B = 1200\text{V}$. Σωματίδιο που έχει φορτίο $q = +10^{-8}\text{C}$ και μάζα $m = 10^{-14}\text{Kg}$ περνάει απ' το A με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 3 \cdot 10^4 \text{m/s}$. Αν στο σωματίδιο ασκείται μόνο η δύναμη απ' το ηλεκτρικό πεδίο, να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του όταν περνάει απ' το σημείο B.

($5 \cdot 10^4 \text{m/s}$)

6. Δύο σφαίρες A και Γ τις κρατάμε πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση μεταξύ τους $r_1 = 2\text{m}$. Οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες $m_1 = m_2 = 10\text{Kg}$ και φορτία $Q_1 = -300\mu\text{C}$ και $Q_2 = +200\mu\text{C}$. Αν αφήσουμε τις σφαίρες ελεύθερες, λόγω της ηλεκτροστατικής έλξης, πλησιάζουν μεταξύ τους. Να βρείτε τη μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας των σφαιρών μέχρι τη θέση που αυτές απέχουν μεταξύ τους $r_2 = 0,5\text{m}$ και τις ταχύτητες τους u_1 και u_2 στη θέση αυτή. Δίνεται $K =$

$9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

(-810J , 9m/s , 9m/s)

7. Μια μικρή σφαίρα A που έχει μάζα $m_1 = 10^{-10} \text{Kg}$ και φέρει φορτίο $q_1 = +10^{-12} \text{C}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1 = 4 \cdot 10^5 \text{m/s}$. Μια επίσης μικρή σφαίρα B μάζας $m_2 = 3m_1$ που φέρει φορτίο $q_2 = 2q_1$ είναι αρχικά ακίνητη. Αν δεχθούμε ότι οι δύο σφαίρες αρχικά βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση η μια από την άλλη (ώστε να μην ασκείται καμία δύναμη μεταξύ τους) και η διεύθυνση της u_1 συμπίπτει με τη διάκεντρο των σφαιρών, να βρείτε την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν και τα

μέτρα των ταχυτήτων που θα έχουν στη θέση αυτή. (Δυνάμεις βαρύτητας και μαγνητικές παραλείπονται). Δίνεται $K = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

$$(3 \cdot 10^{-15} m, 10^5 m/s, 10^5 m/s)$$

8. Δύο μικρές σφαίρες, φορτίου q και μάζας m , κρέμονται από το ίδιο σημείο με λεπτά μονωτικά νήματα μήκους L . Οι σφαίρες ισορροπούν, όταν τα νήματα σχηματίζουν γωνία ϕ . Να βρείτε το φορτίο q συναρτήσει των m, g, L, ϕ, K .

$$(2L\eta\mu\frac{\phi}{2}\sqrt{\frac{mg\alpha\phi\frac{\phi}{2}}{K}})$$

9. Στις κορυφές A, B, Γ ισόπλευρου τριγώνου βρίσκονται αντίστοιχα τα φορτία Q_1, Q_2, Q_3 με $Q_1=Q_2=Q_3=Q>0$. Να βρείτε τη δυναμική ηλεκτρική ενέργεια του συστήματος των φορτίων. Δίνονται η πλευρά του τριγώνου a και η σταθερά του νόμου του Coulomb K .

$$\left(\frac{3KQ^2}{a}\right)$$

10. Στα σημεία A και B είναι τοποθετημένα δύο ακίνητα φορτία $4Q$ και $-Q$ αντίστοιχα με $Q>0$. Η απόσταση (AB) είναι L . Στο μέσο M του AB αφήνουμε ένα φορτίο Q . Να υπολογίσετε το έργο της ηλεκτρικής δύναμης που δέχεται φορτίο Q από το σημείο M μέχρι το σημείο όπου το δυναμικό του πεδίου που δημιουργούν τα $4Q$ και $-Q$ είναι μηδέν. Δίνονται τα K, Q, L .

$$\left(\frac{6KQ^2}{L}\right)$$

11. Φορτίο $q_1=10^{-8}C$, βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από ακλόνητο φορτίο $q_2=10^{-7}C$ και έχει κινητική ενέργεια $K=9 \cdot 10^{-6}J$. Αν το q_1 κινείται στην ευθεία που ενώνει τα δύο φορτία και πλησιάζει προς το q_2 , να βρείτε την ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσουν τα δύο φορτία. Το πεδίο βαρύτητας παραλείπεται.

$$(1m)$$

12. Φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο q_1 , κινητική ενέργεια $K=2J$ και μάζα $m=3 \cdot 10^{-4}Kg$, απέχει πολύ μεγάλη απόσταση από ακλόνητο σωματίο φορτίου q_2 (θεωρητικά άπειρη). Το q_1 πλησιάζει το q_2 σε ελάχιστη απόσταση L . Πόση ήταν η ταχύτητα του σωματίου σε απόσταση $4L$ από το q_2 ;

$$(100m/s)$$

13. Τρία φορτία $q, -2q, 3q, (q>0)$ βρίσκονται στις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου $AB\Gamma$ πλευράς a . Πόση είναι η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων;

$$\left(-\frac{5Kq^2}{a}\right)$$

14. Το σωματίδιο μάζας m και φορτίου q , βρίσκεται στην κατακόρυφο που διέρχεται από το ακλόνητο σωματίο φορτίου Q που βρίσκεται στο έδαφος και απέχει απ' αυτό απόσταση $L_1=20m$ στη θέση A όπου η δύναμη του βάρους που δέχεται η μάζα m είναι τετραπλάσια της απωστικής ηλεκτρικής δύναμης. Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσει το φορτίο q στο Q , όταν το αφήσουμε ελεύθερο από τη θέση A .

$$(5m)$$

Από το σχολικό βιβλίο : οι ερωτήσεις **8-14**, οι ασκήσεις **51-57** και τα προβλήματα : **94-100**.

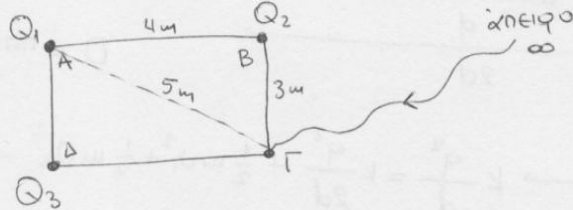
Υποδείξεις :

- Στο πρόβλημα **94** του σχολικού να θεωρηθεί ότι όλο το φορτίο του σφαιρικού αγωγού είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο του.
- Στο πρόβλημα **96** του σχολικού ισχύει το ίδιο με την προηγούμενη υπόδειξη και επίσης να ληφθεί υπ' όψιν ότι το φορτίο όσο βρίσκεται μέσα στη σφαίρα δεν δέχεται καμία δύναμη.

Λύσεις Εργασίας 10

1

Άσκηση 1

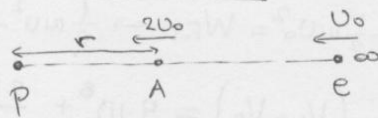


$$\alpha) \text{ Είναι } V_{\Gamma} = k \frac{Q_1}{A\Gamma} + k \frac{Q_2}{B\Gamma} + k \frac{Q_3}{\Delta\Gamma} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{10^{-5}}{5} - \frac{6 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{12 \cdot 10^{-6}}{4} \right)$$

$$= 9 \cdot 10^9 (2 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6}) = 27 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\beta) W_{\infty \rightarrow \Gamma} = e(V_{\infty} - V_{\Gamma}) = -eV_{\Gamma} = -(-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot 27 \cdot 10^3 = 4,32 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Άσκηση 2



$$\left. \begin{array}{l} q_p = e \\ q_e = -e \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Προσοχή, εδώ} \\ \text{το } e = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ \text{δλ. } e = |q_e| \end{array}$$

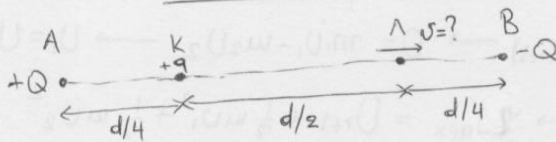
Ενώ στην προηγούμενη άσκηση $e = q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$$\Delta K = W_{\text{ολ}} \rightarrow \frac{1}{2} m (2v_0)^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = W_{F_{\text{ολ}}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m 4v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q_e (V_{\infty} - V_A) \rightarrow \frac{3}{2} m v_0^2 = -q_e \cdot k \frac{q_p}{r}$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} m v_0^2 = k \frac{e^2}{r} \rightarrow 3 m v_0^2 r = 2 k e^2 \rightarrow r = \frac{2 k e^2}{3 m v_0^2}$$

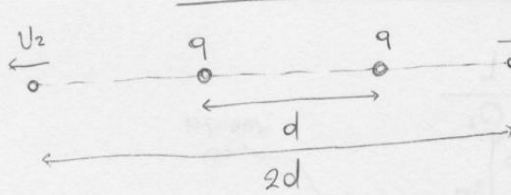
Άσκηση 3



$$E_k = E_{\lambda} \rightarrow k \frac{Qq}{d/4} + k \frac{(-Q)q}{3d/4} = k \frac{Qq}{3d/4} + k \frac{(-Q)q}{d/4} + \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$\frac{4kQq}{d} - \frac{4kQq}{3d} = \frac{4kQq}{3d} - \frac{4kQq}{d} + \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$\frac{8kQq}{d} - \frac{8kQq}{3d} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \frac{16kQq}{3d} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{32kQq}{3dm}}$$

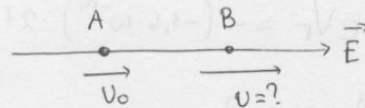
Άσκηση 4

$$P_{\text{ολ}(α_{\text{α}})} = P_{\text{ολ}(τ_{\text{ελ}})} \rightarrow$$

$$0 = m v_1 - m v_2 \rightarrow v_1 = v_2 \quad (1)$$

$$E_{\text{α}_{\text{α}}} = E_{\text{τ}_{\text{ελ}}} \rightarrow k \frac{q^2}{d} = k \frac{q^2}{2d} + \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 \quad (2)$$

$$k \frac{q^2}{2d} = m v_1^2 \rightarrow v_1^2 = \frac{k q^2}{2 d m} \rightarrow v_1 = v_2 = q \sqrt{\frac{k}{2 d m}}$$

Άσκηση 5

$$\Delta K = W_{\text{ολ}} \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = W_{\text{F}_{\text{ολ}}} \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q (V_A - V_B)$$

$$\rightarrow v^2 = v_0^2 + \frac{2q}{m} (V_A - V_B) = 9 \cdot 10^8 + \frac{2 \cdot 10^{-8}}{10^{-14}} \cdot 8 \cdot 10^2 = 25 \cdot 10^8$$

$$\rightarrow v = 5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Άσκηση 6

$$\text{Είναι } U_{\text{α}_{\text{α}}} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{(-3 \cdot 10^{-4})(2 \cdot 10^{-4})}{2} = -270 \text{ J}$$

$$U_{\text{τ}_{\text{ελ}}} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_2} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_1/4} = 4 U_{\text{α}_{\text{α}}}$$

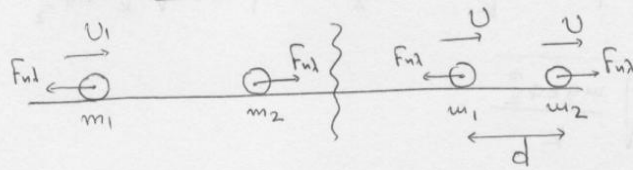
$$\text{Άρα } \Delta U = U_{\text{τ}_{\text{ελ}}} - U_{\text{α}_{\text{α}}} = 4 U_{\text{α}_{\text{α}}} - U_{\text{α}_{\text{α}}} = 3 U_{\text{α}_{\text{α}}} = -810 \text{ J}$$

$$P_{\text{ολ}(α_{\text{α}})} = P_{\text{ολ}(τ_{\text{ελ}})} \rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \rightarrow v_1 = v_2$$

$$E_{\text{α}_{\text{α}}} = E_{\text{τ}_{\text{ελ}}} \rightarrow U_{\text{α}_{\text{α}}} = U_{\text{τ}_{\text{ελ}}} + \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 \rightarrow$$

$$U_{\text{α}_{\text{α}}} - U_{\text{τ}_{\text{ελ}}} = m v_1^2 \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{U_{\text{α}_{\text{α}}} - U_{\text{τ}_{\text{ελ}}}}{m}} = \sqrt{\frac{810}{10}} = 9 \text{ m/s}$$

Άσκηση 7



Λόγω των δυνάμεων που δέχεται η κάθε σφαίρα που η φορά τους φαίνεται στο σχήμα, η σφαίρα m_1 κάνει επιβραδυνόμενη και η σφαίρα m_2 επιταχυνόμενη κίνηση. Όσο η ταχύτητα της m_1 είναι μεγαλύτερη από της m_2 , οι σφαίρες θα πλησιάζουν ενώ από τη στιγμή που η ταχύτητα της m_2 γίνει μεγαλύτερη τότε οι σφαίρες θα απομακρύνονται. Άρα η στιγμή που η απόσταση των σφαιρών θα είναι η ελάχιστη είναι όταν έχουν ίσες ταχύτητες έστω U .

$$P_{ολ(αρχ)} = P_{ολ(τελ)} \rightarrow m_1 U_1 = m_1 U + m_2 U \rightarrow m_1 U_1 = m_1 U + 3m_1 U$$

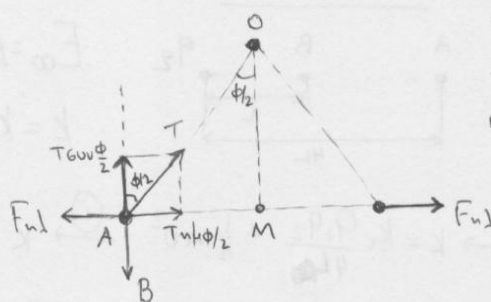
$$\rightarrow m_1 U_1 = 4m_1 U \rightarrow U = U_1/4 = 10^5 \text{ m/s}$$

$$E_{αρχ} = E_{τελ} \rightarrow \frac{1}{2} m_1 U_1^2 = \frac{1}{2} m_1 U^2 + \frac{1}{2} m_2 U^2 + k \frac{q_1 q_2}{d} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 10^{-10} \cdot 16 \cdot 10^{10} = \frac{1}{2} 10^{-10} \cdot 10^{10} + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{10} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-24}}{d} \rightarrow$$

$$8 = 0,5 + 1,5 + \frac{18 \cdot 10^{-15}}{d} \rightarrow d = 3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Άσκηση 8



$$OA = L$$

$$AM = r/2$$

$$\sin \frac{\phi}{2} = \frac{AM}{OA} = \frac{r/2}{L} \rightarrow$$

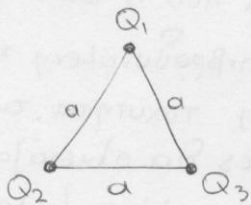
$$r = 2L \sin \frac{\phi}{2} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} T \sin \frac{\phi}{2} = F_{m1} \\ T \cos \frac{\phi}{2} = mg \end{array} \right\} \rightarrow \epsilon \phi \frac{\phi}{2} = \frac{F_{m1}}{mg} \rightarrow F_{m1} = mg \epsilon \phi \frac{\phi}{2} \rightarrow$$

$$k \frac{q^2}{r^2} = mg \epsilon \phi \frac{\phi}{2} \rightarrow q^2 = \frac{mgr^2}{k} \epsilon \phi \frac{\phi}{2} \rightarrow q = r \sqrt{\frac{mg}{k} \epsilon \phi \frac{\phi}{2}} \quad (1)$$

$$q = 2Lm\epsilon \phi \frac{\phi}{2} \sqrt{\frac{mgr^2}{k}}$$

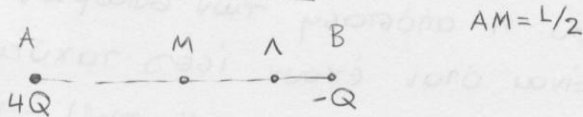
Άσκηση 9



$$U = k \frac{Q_1 Q_2}{a} + k \frac{Q_1 Q_3}{a} + k \frac{Q_2 Q_3}{a} =$$

$$= k \frac{Q^2}{a} + k \frac{Q^2}{a} + k \frac{Q^2}{a} = 3k \frac{Q^2}{a}$$

Άσκηση 10



Έστω Λ το σημείο με $V_\Lambda = 0$ και έστω $AM = x$.

Είναι $V_\Lambda = 0 \rightarrow k \frac{4Q}{x} + k \frac{-Q}{L-x} = 0 \rightarrow 4 \frac{kQ}{x} = \frac{kQ}{L-x} \rightarrow x = 4L - 4x$

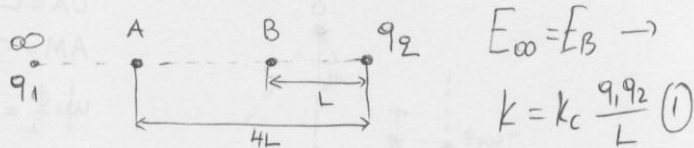
$\rightarrow x = \frac{4L}{5} \cdot V_M = k \frac{4Q}{L/2} - k \frac{Q}{L/2} = \frac{8kQ}{L} - \frac{2kQ}{L} = \frac{6kQ}{L}$

$W_{M \rightarrow \Lambda} = Q(V_M - V_\Lambda) = Q \left(\frac{6kQ}{L} - 0 \right) = \frac{6kQ^2}{L}$

Άσκηση 11

$E_{\text{οπ}x} = E_{\text{τε}1} \rightarrow k = k_c \frac{q_1 q_2}{d} \rightarrow d = \frac{k_c q_1 q_2}{k} = 1 \text{ m}$

Άσκηση 12



$E_\infty = E_B \rightarrow$
 $k = k_c \frac{q_1 q_2}{L} \quad (1)$

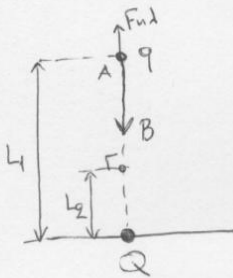
$E_\infty = E_A \rightarrow k = k_c \frac{q_1 q_2}{4L} + \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{(1)} k = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} m v^2$

$\rightarrow \frac{3k}{4} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v^2 = \frac{3k}{m} \rightarrow v = \sqrt{\frac{3k}{m}} = 100 \text{ m/s}$

Άσκηση 13

$$U = k \frac{q \cdot (-2q)}{a} + k \frac{q \cdot 3q}{a} + k \frac{(-2q) \cdot 3q}{a} = -\frac{2kq^2}{a} + \frac{3kq^2}{a} - \frac{6kq^2}{a}$$

$$\rightarrow U = -\frac{5kq^2}{a}$$

Άσκηση 14

$$\Sigma \tau \text{ γύρω Α είναι } B = 4F_{m1} \rightarrow mg = 4k \frac{Qq}{L_1^2} \rightarrow$$

$$kQq = \frac{mgL_1^2}{4} \quad (1)$$

$$\Delta K = W_{ολ} \rightarrow \cancel{K_{\Gamma}} - \cancel{K_A} = W_B + W_{F_{m1}} \rightarrow$$

$$0 = mg(L_1 - L_2) + q(V_A - V_{\Gamma}) \rightarrow$$

$$0 = mg(L_1 - L_2) + k \frac{Qq}{L_1} - k \frac{Qq}{L_2} \quad (1) \rightarrow$$

$$0 = mg(L_1 - L_2) + \frac{mgL_1}{4} - \frac{mgL_1^2}{4L_2} \rightarrow$$

$$0 = L_1 - L_2 + \frac{L_1}{4} - \frac{L_1^2}{4L_2} \quad L_1 = 20\text{m} \rightarrow$$

$$0 = 20 - L_2 + 5 - \frac{100}{L_2} \rightarrow$$

$$0 = 20L_2 - L_2^2 + 5L_2 - 100 \rightarrow$$

$$L_2^2 - 25L_2 + 100 = 0 \quad \begin{cases} L_2 = 20\text{m} \text{ άνοο.} \\ L_2 = 5\text{m} \text{ δεκτή} \end{cases}$$